Nome: Felipe Wormmat  
  
Disciplina: Teoria dos Grafos

Curso: Engenharia da Computação

**ESTUDO DIRIGIDO SOBRE GRAFOS BIPARTIDOS**

Considere as seguintes questões como orientadoras ao estudo dirigido:

1. Qual o conceito de grafo bipartido?

Na teoria dos grafos, um grafo bipartido ou bigrafo é um grafo cujos vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos U e V tais que toda aresta conecta um vértice em U a um vértice em V1. Ou seja, U e V são conjuntos independentes.

1. Dê exemplos de grafos bipartidos?

Qualquer grafo sem ciclos ímpares é bipartido. Toda árvore é bipartida. Grafos ciclo com um número par de vértices são bipartidos. Qualquer grafo plano onde todas as faces em sua representação planar consistem de um número par de arestas é bipartido.

1. Mostre se existe um algoritmo que identifique se um grafo é bipartido;

Para identificar um grafo bipartido, podemos usar o conceito de coloração de grafos. Podemos atribuir uma cor aos vértices de um conjunto e outra cor aos vértices do outro conjunto. Se conseguirmos colorir todos os vértices desta forma sem que nenhum vértice adjacente tenha a mesma cor, então o grafo é bipartido.

1. Um grafo bipartido pode conter um ciclo ímpar?

Não, um grafo é bipartido se e somente se ele não contém um ciclo ímpar.

1. Um grafo bipartido pode conter um clique de tamanho ímpar?

Não, um grafo bipartido não pode conter um clique de tamanho ímpar.

1. Qual é o número cromático de um grafo é bipartido?

O número cromático de um grafo bipartido é 2

1. Qual a relação do conceito de cobertura de vértices com bipartição de grafos?

Uma cobertura por vértices de um grafo é um conjunto de vértices que cobre todas as arestas do grafo. Em relação à bipartição, o tamanho da cobertura de vértices mínima em um grafo bipartido é igual ao tamanho do acoplamento máximo (teorema de König).

1. Todo grafo bipartido é um grafo perfeito?

Sim, todo grafo bipartido é perfeito. Um grafo perfeito é aquele em que, para qualquer subgrafo induzido, o número cromático é igual ao tamanho de maior clique. Como mencionado anteriormente, o número cromático de um grafo bipartido é 2 e a maior clique possível em um grafo bipartido também tem tamanho 2

**ESTUDO DIRIGIDO SOBRE GRAFOS ISOMORFOS**

Considere as seguintes questões como orientadoras ao estudo dirigido:

1. Qual o conceito de isomorfismo em grafos?

O conceito de isomorfismo em grafos se refere à existência de uma bijeção entre os conjuntos de vértices de dois grafos, G e H, de tal forma que quaisquer dois vértices u e v de G são adjacentes em G se e somente se ƒ(u) e ƒ(v) são adjacentes em H. Essa bijeção é comumente chamada de "bijeção com preservação de arestas".

1. Dê exemplos de grafos isomorfos;

Exemplos de grafos isomorfos podem ser encontrados na literatura. Por exemplo, dois grafos com a mesma quantidade de vértices e arestas, e com a mesma estrutura, são considerados isomorfos.

1. Grafos isomorfos podem ter o mesmo número de vértices?

Para que dois grafos sejam isomorfos, eles devem atender a algumas condições:

Os dois devem ter o mesmo número de vértices.

Os dois devem ter o mesmo número de arestas.

Os dois devem ter o mesmo número de vértices com um determinado grau.

1. Grafos isomorfos podem ter o mesmo número de arestas?

Sim, grafos isomorfos podem ter o mesmo número de arestas. Isso é uma condição necessária para o isomorfismo entre dois grafos, mas não é suficiente para garantir o isomorfismo.

1. Grafos isomorfos podem ter um número igual de vértices com um determinado grau?

Sim, grafos isomorfos podem ter um número igual de vértices com um determinado grau. Isso também é uma condição necessária para o isomorfismo entre dois grafos, mas, assim como a condição anterior, não é suficiente para garantir o isomorfismo.

1. Estas condições acima se mantêm sempre?

Sim, as condições de que grafos isomorfos têm o mesmo número de arestas e um número igual de vértices com um determinado grau são sempre verdadeiras. No entanto, é importante notar que, embora essas condições sejam necessárias para o isomorfismo, elas não são suficientes para garantir o isomorfismo.

1. Existe algum algoritmo que sempre indica se dois grafos são isomorfos?

A determinação do isomorfismo entre dois grafos é um problema computacional conhecido. Embora existam algoritmos que possam verificar o isomorfismo, como o Algoritmo de Weisfeiler-Lehman, a questão de se existe um algoritmo eficiente (isto é, em tempo polinomial) que sempre indica se dois grafos são isomorfos ainda está em aberto.